



GOBIERNO
DE SONORA

SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN
Y CULTURA



"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"

COMPETENCIA DE MATEMÁTICAS POR EQUIPOS 2023

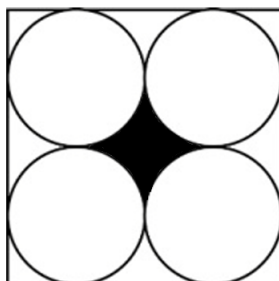
NIVEL MEDIO SUPERIOR

Segundo Listado de Problemas

Instrucciones:

- Se debe de enviar las respuestas de los problemas junto con su respectivos procedimientos.
- Se aceptan procedimientos y respuestas parciales de los problemas.
- La hora y fecha límite de envío es hasta las 23:59 horas (tiempo de Sonora) del 10 de octubre de 2023.
- Para mayor información sobre el envío de respuestas y procedimientos en el sistema del concurso, ver [Manual](#).

Problema 1 (3 puntos). *El área del cuadrado que se presenta en la imagen es 64, ¿cuál es el radio del círculo con mayor área que se puede dibujar en el espacio sombreado?*



Problema 2 (4 puntos). *Suponga que θ es un ángulo entre 0 y π para el cual*

$$\sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{1 + \sin \theta} - \sqrt{1 - \sin \theta},$$

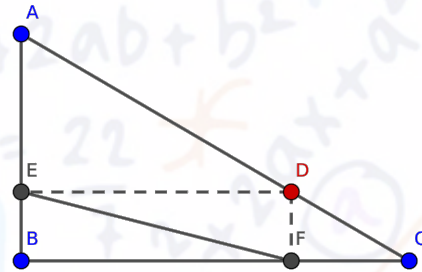
¿cuáles son todos los posibles valores de $\tan \theta$?

Problema 3 (5 puntos). *Una función f definida en los enteros positivos satisface que si d_1, \dots, d_k son todos los divisores de n , entonces $f(d_1) + \dots + f(d_k) = n$. Calcule el valor de $f(20)$.*

Problema 4 (4 puntos). *Un triángulo rectángulo tiene catetos de longitud 3 y 4. Encuentra la longitud de la bisectriz del ángulo recto.*

Problema 5 (5 puntos). Decimos que un número entero positivo tiene sus dígitos en orden estrictamente creciente si al leer los dígitos de izquierda a derecha estos van aumentando. Por ejemplo, 1358 tiene sus dígitos en orden estrictamente creciente mientras que 4506 no. ¿Cuántos enteros positivos tienen sus dígitos en orden estrictamente creciente?

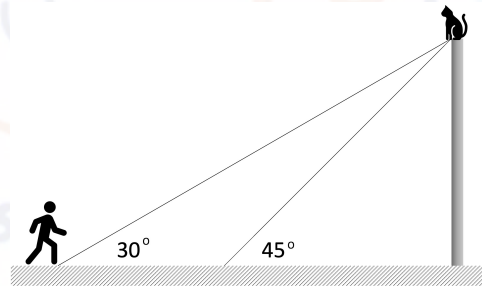
Problema 6 (5 puntos). En un triángulo rectángulo ABC se escoge un punto D sobre la hipotenusa AC . Trazamos perpendiculares DE y DF a los lados AB y CB respectivamente. Determina el punto D para el cual EF tiene longitud mínima.



Problema 7 (3 puntos). Encuentra todos los valores x que satisfacen la siguiente desigualdad

$$\log_{10}(x + 2) \leq 1.$$

Problema 8 (3 puntos). Un gato subió a un poste de luz y su dueño lo observó de lejos formando con el piso un ángulo de 30° , avanzó 3 metros hacia el pie del poste y observó a su gato formando un ángulo de elevación de 45° con el piso. ¿Cuál es la altura del poste?



Problema 9 (4 puntos). Encuentra los valores de c para los cuales el sistema

$$\begin{aligned} cx + 5y &= \sqrt{5} \\ x + cy &= 1 \end{aligned}$$

no tiene solución.

Problema 10 (4 puntos). Sea f es una función que satisface

$$f(x + y) = f(x) + f(y)$$

para todos los valores de x, y .

Si n es un número natural diferente de cero, demuestra que:

i) $f(n) = n f(1)$

ii) $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n} f(1)$

Consultas y/o dudas sobre la competencia: competencia.mat@unison.mx