



GOBIERNO  
DE SONORA

SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN  
Y CULTURA



"El saber de mis hijos  
hará mi grandeza"

# COMPETENCIA DE MATEMÁTICAS POR EQUIPOS 2024

NIVEL MEDIO SUPERIOR

## Tercer Listado de Problemas

### Instrucciones:

- Se deben enviar las respuestas de los problemas junto con sus respectivos procedimientos/justificaciones.
- Se aceptan procedimientos/justificaciones y respuestas parciales a los problemas.
- La hora y fecha límite de envío es hasta las 23:59 horas (tiempo de Sonora) del 27 de Octubre de 2024.
- Para mayor información sobre el envío de respuestas y procedimientos en el sistema del concurso, ver [Manual](#).

**Problema 1** (4 puntos). *Encontrar todos los ángulos  $x$ , entre  $0$  y  $360^\circ$ , que satisfacen*

$$81^{\sin^2(x)} + 81^{\cos^2(x)} = 30.$$

*Muestra tu razonamiento.*

**Problema 2** (3 puntos). *Sin usar calculadora, determina cuál de los siguientes números es el más grande. Explica tu razonamiento.*

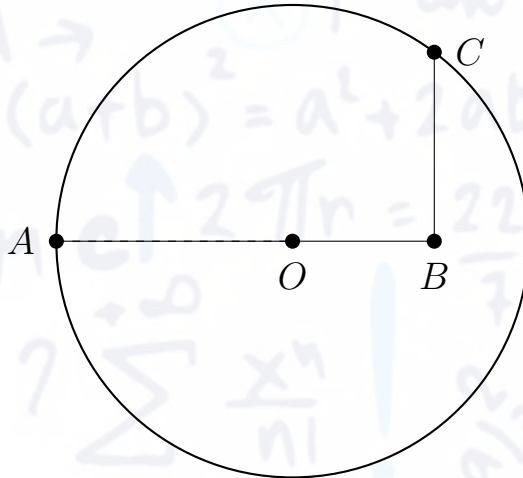
$$3^{50}, 4^{40}, 5^{30}$$

**Problema 3** (5 puntos). *Sea  $ABC$  un número primo de 3 dígitos (los dígitos son  $A$ ,  $B$  y  $C$ ), considera la ecuación cuadrática*

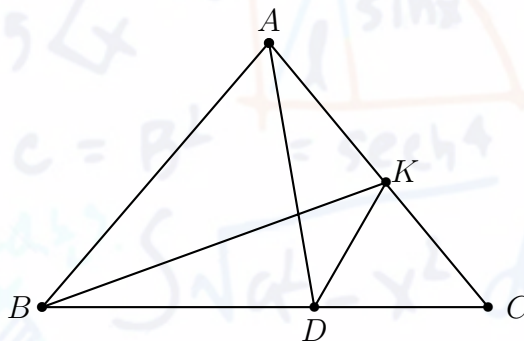
$$Ax^2 + Bx + C = 0.$$

*¿Puede tener soluciones enteras? Justifique la respuesta.*

**Problema 4** (3 puntos). Considera la circunferencia siguiente con centro en  $O$ . El segmento  $AB$  mide 10 y el segmento  $BC$  mide 5. Encuentra el radio de la circunferencia (Nota: la figura no está hecha a escala).



**Problema 5** (4 puntos). En la figura siguiente,  $ABC$  es un triángulo isósceles con  $AB = AC$  y  $\angle BAC = 80^\circ$ . Los puntos  $D$  y  $K$  están sobre los lados  $BC$  y  $AC$ , respectivamente, y son tales que  $\angle CAD = \angle ABK = 30^\circ$ . ¿Cuál es la medida, en grados, de  $\angle BKD$ ? (Nota: la figura no está hecha a escala).



**Problema 6** (5 puntos). Si  $f(x) = 2x^2 + 28x + 91$  y  $a$  y  $b$  son las dos soluciones reales de la ecuación  $f(f(f(x))) = 1$ , ¿cuál es el valor de  $|a - b|$ ?

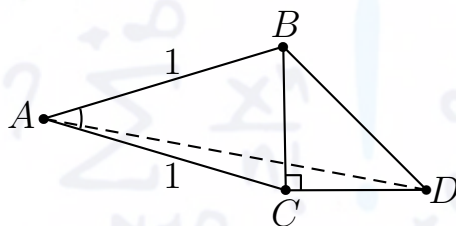
**Problema 7** (4 puntos). ¿Cuántos enteros  $n$  satisfacen la desigualdad  $n^4 + 5n < 5n^3 + n^2$ ?

**Problema 8** (4 puntos). Si  $a$  y  $b$  son las raíces de la ecuación  $x^2 - x - 1 = 0$ , ¿cuál es el valor de  $a^9 + 13a^8b^9 + b^8$ ?

**Problema 9** (5 puntos). Encuentre la suma de los primeros 2024 términos de la sucesión

$$\frac{\pi}{4}, \arctan\left(\frac{1}{3}\right), \arctan\left(\frac{1}{7}\right), \dots, \arctan\left(\frac{1}{n^2 + n + 1}\right), \dots$$

**Problema 10** (3 puntos). El triángulo  $ABC$  es isósceles, con  $AB = AC = 1$  y  $\angle A = 30^\circ$ . El triángulo rectángulo  $BCD$  es isósceles, con  $\angle C = 90^\circ$  y no se traslapa con el triángulo  $ABC$ . Demuestre que la longitud del segmento  $AD$  es  $4 - \sqrt{3}$ . (Nota: la figura no está hecha a escala).



Consultas y/o dudas sobre la competencia: [competencia.mat@unison.mx](mailto:competencia.mat@unison.mx)